

L06a 多様体補正法による人工衛星の高精度、高速数値積分

梅谷真史 (近畿大学)、福島登志夫 (国立天文台)

現在、人工衛星の位置は観測により非常に精密に決定されている。そして、人工衛星のモデル数値積分は観測と同等もしくはそれ以上の精度が要求される。今回、我々は人工衛星の軌道積分に特化した多様体補正法による数値積分法を開発した。多様体補正法とは、系の保存量が数値積分により誤差を持つため、数値解を変数変換することによって保存量を厳密に保存させる方法である。地球を回る人工衛星の運動は地球重力場の軸対称性による項が一番大きな摂動となる。また、軸対称摂動を含めた二体問題では角運動量の z 成分が保存する。そこで、運動方程式に含まれる保存力による全エネルギーを保存させる変数変換 (単スケール変換と呼ぶ) と、それに加え角運動量の z 成分を保存させる変数変換 (二重スケール変換と呼ぶ) を考案する。二重スケール変換は位置速度にスケール因子 s_p, s_z を掛け $(x', y', z'; v'_x, v'_y, v'_z) = (s_p x, s_p y, s_z z; s_p v_x, s_p v_y, s_z v_z)$ とする変換である。 s_p, s_z は

$$s_p = \sqrt{\frac{L_z}{xv_y - yv_x}}, \quad \left(\frac{v_z^2}{2}\right) s_z^2 + \frac{v_x'^2 + v_y'^2}{2} - E - \frac{\mu}{r(s_z)} + V(x', y', s_z z) = 0$$

から決定する。 s_z はニュートン法を用いて決定する。ここで E は全エネルギー、 L_z は角運動量の z 成分、 V は摂動の保存力の力関数、 $r(s_z) = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z^2 s_z^2}$ である。これらの変数変換を用いることにより、位置の誤差は時間の二次成長から線形成長へと高精度化が達成される。また、丸め誤差に関しても減少する。さらに、単スケール変換、二重スケール変換共に計算時間の増加が少ないため、高精度かつ高速な軌道積分を実現することができる。