

**U02c            A Note on Topos Semantics of Quantum Logic**

中山薫二 (龍谷大学)

Isham 等は最近、圏論 (category theory) の一分野である topos 理論を用いた量子論理 (量子命題) の新しい semantics の構築を試みている。(consistent histories に対する Isham 1996, 通常の量子論に対する Isham & Butterfield 1998,1999, Hamilton,Isham,Butterfield 1999, Butterfield & Isham 2002 等) それは、古典的な Boole 代数ではなく、文脈依存的な Heyting 代数を用いることで、すべての量子命題に何らかの真理値を付与する semantics である。(Kochen-Specker の定理によれば、すべての量子命題に無矛盾に真理値を付与することは、古典論理の枠内では不可能である。) その背景には、量子論の实在論的解釈を可能にすることで、量子宇宙論に整合的な基礎を与えたいとの動機がある。

ところで、上記の論文では、基本の topos 構造として文脈を表現する適当な圏上の presheaf の topos を用いている。一方 Isham の最新の論文 (2005) では、monoid の表現からなる topos ( $M - \text{Set}$ ) を用いた semantics を構築している。奇妙なことに、 $M - \text{Set}$  semantics は、presheaf semantics とは異なり、文脈の圏を陽に用いないにもかかわらず、結果的に、任意の量子命題に対して presheaf semantics と同じ真理値を与える。

ポスターでは、 $M - \text{Set}$  semantics の topos 構造が presheaf 構造に埋め込めることを示す。従ってそれは実際に文脈依存性を表現し、必然的に presheaf semantics と同一の結果を与えていることになる。