

## L06a 多様体補正法による人工衛星の高精度、高速数値積分

梅谷 真史 (総研大)、福島 登志夫 (国立天文台)

2006年春の年会の報告に引き続き、多様体補正法による地球周回人工衛星の軌道積分の高精度化の研究を行った。前回は、地球重力場が軸対称のとき全エネルギーを補正する手法について発表を行った。今回は、地球重力場が非軸対称成分を含む球面調和関数で表される場合について扱う。このとき、摂動ポテンシャル  $V$  は

$$V = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n P_n^m(\sin \beta) (C_{nm} \cos(m\theta) + S_{nm} \sin(m\theta))$$

と表される。このポテンシャル下では全エネルギーは保存されないが、地球が  $z$  軸周りに角速度  $\omega$  で一様回転すると近似すると、いわゆる制限問題となり、制限三体問題において多用されるヤコビ積分と呼ばれる保存量が同様に存在する。このヤコビ積分  $C$  を保存させるような補正を数値解に適用する。ヤコビ積分は慣性系での座標  $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ 、速度  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$  を用いると  $C = \mathbf{v}^2/2 - \omega(xv_y - yv_x) - \mu/r - V(\mathbf{x})$  で表される。補正は前回と同様、単スケール変換  $(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \rightarrow (s\mathbf{x}, s\mathbf{v})$  で行う。スケール因子  $s$  の決定方程式は  $f(s) \equiv \{\mathbf{v}^2/2 - \omega(xv_y - yv_x)\}s^3 - Cs - V(\mathbf{x}s)s - \mu/r = 0$  となる。この準3次方程式を初期値  $s_0 = 1$  としてニュートン法で解き、 $s$  を決定する。重力場係数を10次まで考慮し測地衛星 LAGEOS を11次陰的アダム法で数値積分した結果、補正なしの場合に対し、全エネルギーの補正は、1周期後及び10周期後で位置の誤差は変わらず、100周期後で約1桁、1000周期後で約2桁精度が向上した。ヤコビ積分による補正は、1周期後及び10周期後で約1桁、100周期後で約2桁、1000周期後で約3桁精度が向上した。このようにヤコビ積分による多様体補正法は、全エネルギーによる補正に比べ高精度となる。