L13a ガウス流の普遍的な軌道要素の変化方程式 数値実験

○齋藤信明 (総合研究大学院大学)、福島登志夫 (国立天文台)

2006 年秋の年会で報告した普遍的な (すなわち、離心率に依存しない) ガウス流の軌道要素の変化方程式について、さまざまな数値実験を実施したのでその結果を報告する。我々の軌道要素は $q \equiv a\left(1-e\right)$, $\lambda \equiv \left(1-e\right)/\left(1+e\right)$, I, Ω, ω, $L \equiv \left(1+\lambda\right) M/(2\lambda\sqrt{\lambda})$ である。近点方向を x 軸とした軌道面上の位置速度は $x = q\left(R - U_2\left(G;\lambda\right)\right)$, $y = qU_1\left(G;\lambda\right)$, $v_x = -w\left(1+\lambda\right)U_1\left(G;\lambda\right)/\left(2R\right)$, $v_y = wU_0\left(G;\lambda\right)/R$ と表される。ただし $R \equiv r/q$, $G \equiv E/\sqrt{\lambda}$, $w \equiv \sqrt{\mu\left(1+e\right)/q}$ で、U_n は Battin の普遍関数 (universal function) である。3 次元の位置速度ベクトルへの変換はオイラー回転 $R_3\left(-\Omega\right)R_1\left(-I\right)R_3\left(-\omega\right)$ で行われる。

先ず、当たり前のことだが、摂動を受けても軌道が楕円のままで変化がない場合、普遍的な軌道要素の変化方程式の積分結果は、標準的なガウス流の楕円軌道要素 a, e, I, Ω, ω, M の変化方程式の積分結果と同じ結果を与えることを確認した。次に、離心率が 1 近傍を振動する数値実験例として、木星の摂動を受ける彗星軌道を考える。木星は太陽の周りを円軌道を描く、すなわち、その軌道要素が $q_{\mathrm{J}} = 1$, $\lambda_{\mathrm{J}} = 1$, $I_{\mathrm{J}} = \Omega_{\mathrm{J}} = \omega_{\mathrm{J}} = L_{\mathrm{J}} = 0^\circ$ で与えられると仮定する。一方、彗星の初期条件を $q_0 = 2$, $\lambda_0 = 0$, $I_0 = 10^\circ$, $\Omega_0 = 0^\circ$, $\omega_0 = 160^\circ$, $L_0 = -570^\circ$ とすると、λ は -3.0×10^{-3} から $+1.5\times10^{-3}$ の範囲を木星の公転周期で振動する。λ が正の場合は楕円軌道、負の場合は双曲線軌道を意味するので、彗星の軌道は楕円と双曲線を揺れ動くことになる。これは楕円もしくは双曲線のみの軌道要素の変化方程式では扱えず、普遍的な軌道要素の変化方程式で初めて扱うことが可能となる。 この場合、他の軌道要素の変化方程式は破綻するため、(1) 直交座標における運動方程式の直接積分および (2)KS 正則化した運動方程式の直接積分と比較した結果、精度の改善が見られた。詳細は講演時に報告する。