L02a 自転要素のガウス流運動方程式

○福島登志夫 (国立天文台)

自転運動の基本は剛体の自由回転である。この運動は解析的に解けるため弱いトルク下での準剛体の自転運動には摂動論が有効である。非摂動時の積分定数もしくは時間の線形関数の 6 個の組を軌道要素に倣って自転要素と呼ぼう。よく知られたアンドワイエ正準変数は残念ながら自転要素ではない。要素の運動方程式の導出は、ポテンシャルから導かれるトルクの場合は正準要素を用いれば機械的にできるが、ヤルコフスキー効果や極運動による潮汐変形、時間遅れを伴う潮汐変形などから生ずる一般のトルクの場合は適切な要素を選ばないと困難となる。実際、かつて我々は非正準アンドワイエ変数 (G, h, I, g, J, ℓ) の初期値を自転要素として提案した (Fukushima & Ishizaki, 1994) が、その運動方程式の導出までには至らなかった。今回、新たな非正準要素 (G, h, I, e, v, w) の採用によりトルクベクトル $\vec{N}$ の成分表示を用いた、いわゆるガウス流の運動方程式の導出に成功した (Fukushima, 2008, AJ, accepted) ので報告する。新変数 e は自転運動エネルギーの線形関数であり $e \equiv (\sin J)\sqrt{1+f\sin^2\ell}$ と定義される。ただし f は主慣性モーメント A, B, C により $f = C(B-A)/[A(C-B)]$ と定義される無次元定数である。一方 v と w は自由歳差運動と自転運動の平均角すなわち $v \equiv <\ell> -\pi/2$ および $w \equiv <g>$ である。ただし $<>$ は非摂動時での時間平均を表す。新変数と非正準アンドワイエ変数との変換は順逆いずれも陽的である。運動方程式は $\mathrm{d}G/\mathrm{dt} = Gn_G$, $\mathrm{d}h/\mathrm{dt} = n_I/\sin I$, $\mathrm{d}I/\mathrm{dt} = -n_H$, $\mathrm{d}e/\mathrm{dt} = e_J n_J + e_K n_K$, $\mathrm{d}v/\mathrm{dt} = -p + v_J n_J + v_K n_K$, $\mathrm{d}w/\mathrm{dt} = q + w_J n_J + w_K n_K$ と書ける。p と q は G と e だけの関数であり平均歳差、平均自転角速度と呼ばれる。n_G 等は $\vec{N}/G$ の座標成分である。係数 e_J 等は全て周期関数であるため混合永年項の困難は現れない。非摂動時には $n_G = 0$ 等より G, h, I, e は積分定数となる。従って p と q も定数となるから v と w は時間の線形関数となる。つまり新変数は自転要素である。