## U17c　Quantization on a Category via Equivalence of Categories

○中山薫二 (龍谷大学)

時空の causal set モデルのような，多様体ではない時空モデルを量子化するための手法として，圏（カテゴリー）上の量子化というアイディアが提唱されている（Isham 2003,2004a,b）。簡単に言うと，たとえば causal set（順序集合）を対象とする圏 $\mathcal{C}$（射は順序準同型）を出発点に causal set を変数とする「波動関数」を構成する，という考えである。より詳細には（例えば Isham 2003,2004a）次のような量子化手続きをとる：まず圏の対象全体を配位空間や位相空間のようなもの，射をその domain から codomain への（つまりは対象から対象への）変換と見なす；そして，各対象にそれを domain とする射を割り当てる写像「arrow field」を定義する；このとき，arrow field の全体は適当な積の定義に対して圏の対象全体に作用するモノイドをなす；その規約な作用素表現を構成する。これは，少なくとも形式的には正準量子化等の通常の量子化の拡張になっている。もっとも，与えられた圏を実際に量子化するに個別の工夫が必要である。

一方，実際的な見地からは，ある圏上の量子化から，他の圏上の量子化を自然に構成する手段があると都合が良いし，圏論的にも興味深い。たとえば，trivial な例として，二つの圏 $\mathbf{C}$ と $\mathbf{D}$ が同型ならば，$\mathbf{C}$ 上の量子化はそのまま $\mathbf{D}$ 上の量子化になる。本ポスターではもう少し一般的に，$\mathbf{C}$ と $\mathbf{D}$ が同値な場合について，すなわち，関手対 $F:\mathbf{C}\to\mathbf{D}$，$G:\mathbf{D}\to\mathbf{C}$ があって，$FG$ と $GF$ がそれぞれ恒等関手 $I_D$，$I_C$ と自然同型になる場合を考える。このとき次のような結果が得られる：$\mathbf{C}$ から構成されるある商圏と $\mathbf{D}$ から構成されるある商圏があって，前者上の量子化から後者上の量子化を構成できる。なお、随伴関手対が存在する場合に何らかの主張ができると良いのだが，arrow field のモノイドと圏の随伴性の折り合いがあまり良くないようで、今のところ特に言うべき性質は見つかっていない。