

U23c **Quantization on an Internal Category: Internalization of Arrow Fields**

中山薫二 (龍谷大学)

非連続な時空モデルを量子化する一つ的手段と考えられる圏 (category) 上の量子化 (Isham 2003, 2004a,b) は、通常の量子化の一般化と考えることができる。ここでは一つの圏全体が、量子化を施す数学的对象であり、その過程は対象とする圏の内部には無い数学的構造を構成しながら行われる。一方、例えばトポスのように十分豊かな構造を持つ圏は、集合論のような universe of discourse として、その内部で数学理論を展開することすらできる。本稿は、そのような豊かな圏 (周囲圏) の中に量子化の対象とする圏を埋め込み、圏上の量子化に関わる概念を周囲圏内部の概念 (可換図式) を用いて形式化 (内部化) する試みの第一歩である。

圏上の量子化で鍵となるのは arrow field の概念である。これは、圏の対象からそれを domain とする射への写像であり、その全体は適当な積の定義でモノイド構造をなす。その作用素表現を構成することが量子化の大きなステップになる。従って、量子化の内部化のためには、まず arrow field の概念とその性質を圏内部の概念で表現する必要があり、現段階でそこまでは成功しているので本ポスターで報告する。

まず有限完備なカルテシアン閉圏 C を仮定し、量子化される圏 Q はその内部圏 (即ち Q の対象全体と射全体を表す C の対象対 (C_0, C_1)) で表されるとする。このとき C の対象 $C_1^{C_0}$ の部分対象 $M \hookrightarrow C_1^{C_0}$ があって、射 $f : C_0 \rightarrow C_1$ の name $\hat{f} : 1 \rightarrow C_1^{C_0}$ が、 $f = 1 \rightarrow M \hookrightarrow C_1^{C_0}$ と分解されるとき、かつそのときに限り arrow field になる、という意味で arrow field 全体を表している対象 M を構成することができる。さらにモノイド構造を成す M 上の積、 M の C_0 上の作用などを、周囲圏内部の概念によって自然な形で定義できる。