

U09c **Topos Quantum Theory on Selected Contexts**

中山薫二（龍谷大）

トポス理論的量子論は、量子宇宙論や量子重力理論の枠組みの提供を目指してはいるが、まずは通常の量子系へ適用できなければならない。しかしこの方面での進展はほとんど見られない。その理由は、ひとつには理論の道具立てがあまりに一般的で扱いに点にあらう。例えば Doering & Isham の前層トポス上の量子論は、すべての文脈（Hilbert 空間上の可換な部分 von Neumann 環）を同時に用いるため、巨大な真理値空間を扱う必要がある。この傾向は Hilbert 空間のテンソル積を用いる多粒子系の場合に殊更に顕著になり、例えばエンタングルメント等、その系に関する特定の問題にのみ関心を絞りたい場合の障害となる。

本ポスターの主題は、縮減された真理値空間を持つ、より応用の容易なトポス量子論である。理論自体は、目的に応じて必要な文脈を選択する関手 \flat を公理的に定義し、それが誘導する層トポス上で、Nakayama による量子化層トポスの手法により構成できる。問題はむしろ、命題空間の疎視化による、理論の表現力の低下である。すなわち、関手 \flat による文脈の制限によって、前層理論では区別されていた様々な物理的命題が、縮減された理論においては同一視される。したがって、理論が実際的応用に必要な表現力を持つか否かが明確にする必要がある。

この点への解答を含む、以下の肯定的な主張が主要な結果となる。1. \flat によって選択された物理量に関して、射影作用素で与えられる物理的命題はスペクトル層の部分層として faithful に表現される。2. スペクトル層上に測度が定義でき、それは層トポス内の射として内部化され、真理対象を自然に誘導する。3. 任意の密度行列はスペクトル層上の測度を誘導し、その測度は選択された物理量に関する物理的命題の量子論的確率を正確に与える。4. 任意のスペクトル層上の測度に対し、それを再構成できるスペクトル前層上の測度が存在する。