Z306a 軸対称かつ面対称である円環形状天体の外部重力場の帯円環調和関数展開

福島登志夫 (国立天文台)

原始惑星系円盤や活動銀河核周辺の降着円盤など天文学では中心に穴が開いた円環形状天体がしばしば現れる。天体周辺の粒子やガスの運動を考える場合には天体の重力場計算が必要となるが、ドーナツ状天体の場合、例え天体が対称性を有していても天体近傍、特に中心の穴の付近の計算は面倒である。軸対称の場合、究極の方法はポアッソン核を持つ２次元数値積分であるが計算時間は膨大である。しかし、重力ポテンシャルの外部解はラプラス方程式の解なので適当な座標系 (今の場合、円環座標系) を取れば次のように調和関数展開することができる。

$$\Phi(u,\theta,\phi) = -\sqrt{u-\cos\theta}\left(\frac{GM}{a}\right)\sum_{n=0}^{\infty} C_n \left(\frac{P_{n+1/2}(u)}{P_{n+1/2}(u_R)}\right)\cos n\theta, \quad (1 \le u;\ 0 \le \theta < 2\pi;\ 0 \le \phi < 2\pi) \qquad (1)$$

ここに (u,θ,ϕ) は円環座標、GM は天体の重力定数、a は円環座標系の中心環半径、C_n は展開係数、$P_\nu(u)$ は ν および u を実数次数および引数とする第１種ルジャンドル関数、u_R は規格化基準引数である。重力加速度についてもポテンシャルを偏微分することにより同様の展開が行える。計算上の難関は $P_\nu(u)$ の比の数値計算であるが、数種の完全楕円積分を初期値とする漸化式により効率的に計算できることがわかった。展開係数の決定に必要な十数点程度の２次元数値積分を一度実行しさえすれば、得られた調和関数展開により天体の外部重力場は精度よくかつ非常に高速に計算できる。Bannikova et al. (2012, MNRAS, 424, 820) の N 体計算で得られたガウシアン風の密度分布を持つ卵形断面の円環天体について外部重力場の計算比較実験を行ったところ、新しい方法は約 15 桁の計算精度を有し、かつ２次元数値積分に比して３千から１万倍の高速化を実現することが確認できた。