M30a　ビリアル定理から求めた熱的プラズマの磁気モーメント

柴崎清登（太陽物理学研究所）

磁場中の熱的プラズマにビリアル定理を適用して磁気モーメントを求めた。ビリアル定理は気体の分子運動論と熱力学を結びつける便利な定理である。理想気体の状態方程式は、ビリアル定理を用いることで容易に導くことができる。そこでこのビリアル定理を磁場中の熱的プラズマに適用することによって、プラズマの熱力学的性質を求めた。一様磁場方向に置かれた筒状の容器にプラズマが閉じ込められているとして、磁場に直交する面内での熱運動について検討する。ビリアル定理によると、＜K＞= -(1/2) Σ＜ri・Fi＞である。ここで、＜＞は時間平均、K は運動エネルギー、ri は粒子の座標、Fi は粒子にかかる力で、Σは全粒子の和である。右辺はクラウジウスのビリアルと呼ばれる。荷電粒子（電荷 q）が磁場 B 中で運動 (速度 v) するとローレンツ力を受けるのでそのビリアルを求めると、r・F=r・qv × B=r × qv・B =2 μ・B となる。ここでμ=(1/2) r × qv は磁気モーメントである。ビリアル定理とエルゴード定理を組み合わせ、プラズマの温度を T、粒子の数密度を N、単位体積あたりの磁気モーメントを M として方向まで考慮すると、M=-(NkT/B)b となる。ここで k はボルツマン定数、b は磁場方向の単位ベクトルである。粒子間衝突や容器の壁との衝突はビリアルに寄与しないことが示される。

熱的粒子の運動エネルギーは速度の 2 乗によって定まり磁場には依存しないため、熱的プラズマは磁気モーメントを持たないとする議論がなされてきた。しかし同じ速度でも、直進運動と円運動では性質が大きく異なる。ローレンツ力はエネルギーを変化させることはないが、直進運動を円運動に変換するので粒子は角運動量および磁気モーメントを持つ。粒子間衝突において、全角運動量は保存される。また、粒子の運動方程式を考慮すると、ボーア＝ファンルーウェンの定理が誤りであることがわかる。