

## M37a 磁力線の運動と誘導電場

柴崎清登（太陽物理学研究所）

ファラデーは、磁場の時間変化に伴って電場が発生することを発見し、マクスウェルはこれを  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$  と定式化した。これが電磁誘導現象である。しかし、時間変化を伴わない電磁誘導現象もある。一様磁場を発生する磁石を磁場と直交する方向に動かすと、磁場は時間変化しないが、誘導電場が発生する。磁力線が運動することによって電場が発生したと考えてもよいが、磁力線には座標も速度も定義できないのでこの議論はさけられてきた。磁石を動かす代わりに測定回路を反対方向に動かしても同じである。しかしこの場合は、回路中の荷電粒子に働くローレンツ力によって説明されている。つまり電磁誘導による電場はふたつの異なる法則 1)  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$ 、2)  $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  の和として説明されている (Feynman64)。ここではこれらの統合を試みる。キーとなるのがベクトルポテンシャル ( $\mathbf{A}$ ) である。クーロン電場がないとすると電場は  $\mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A}$  であり、両辺のローテーションを求めると、 $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$  でマクスウェル方程式における電磁誘導の法則である。今  $\mathbf{A}$  の時間変化が  $\mathbf{A}$  の移流のみによって決まるとすると、 $\mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A} = (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{A}$  である。ここで  $\mathbf{u}$  は  $\mathbf{A}$  の移流速度である。磁場が一様でも  $\mathbf{A}$  は勾配をもつので、移流によって時間変化が生ずる。 $\mathbf{A}$  の自由度を用いて、 $\mathbf{u}$  方向に成分を持たないもの（運動ゲージと呼ぶ）を採用すると、ベクトル公式により、 $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{A} = -\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})$  となるので  $\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B}$  である。次に一様磁場中を速度  $\mathbf{v}$  で運動する回路を考え、回路中のひとつの電荷に注目する。この電荷の感ずる電場は、ベクトルポテンシャルの時間変化から、 $-d\mathbf{A}/dt = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  であり、電荷  $q$  にかかる力は  $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  で、ローレンツ力となる。以上により電磁誘導現象はベクトルポテンシャルの時間変化によって生ずる電場であると理解できる。