

## P318a ケプラー問題における位置・速度と軌道要素の変換のヤコビ行列式

増田 賢人, 布田 寛介 (大阪大学)

惑星系や連星系の軌道運動についての観測量は、時間に依存する位置  $(x, y, z)$  および速度  $(v_x, v_y, v_z)$  と密接に関連している。一方で、軌道の特徴づけるパラメータとしては時間に依存しない軌道要素を用いるのが一般的である。このため、両者間の変換は軌道のモデル化の基本的な構成要素となる。特にベイズ的な軌道推定を位置・速度ベクトルをパラメータとして行う際には、位置・速度と軌道要素の点変換の表式に加え、事前確率分布を変換するためのヤコビ行列式もしばしば必要となる。

本研究では作用・角変数を用いることで、ケプラー問題におけるデカルト座標の位置・速度ベクトルと標準的な軌道要素との変換に対するヤコビ行列式が簡単な解析式で与えられることを示した。例えば、軌道要素として軌道長半径  $a$ , 軌道離心率  $e$ , 軌道傾斜角  $i$ , 昇交点経度  $\Omega$ , 近点引数  $\omega$ , 基準時刻における平均近点角  $M$  を用いる場合、万有引力定数  $G$  と全質量  $m$  に対して

$$\det \left( \frac{\partial(x, y, z, v_x, v_y, v_z)}{\partial(a, e, i, \Omega, \omega, M)} \right) = \frac{1}{2} (Gm)^{3/2} a^{1/2} e \sin i$$

と書ける。これらの結果は、ベイズ的軌道推定においてパラメータ変換のもとで事前確率密度を整合的に扱うための基盤を与えるものであり、高速かつ実装が容易な構成要素として有用である。具体的な応用例として、連星マイクロレンズイベントにおけるレンズ系の軌道運動モデル (Skowron et al. 2011, ApJ 738, 87) の再検討や、位置天文データに対するマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いた軌道推定における、再パラメータ化に基づく効率改善などについても議論する。