

ダスト質量-空隙率の合体成長方程式のための性質の良い保存形式の非存在

○渡邊 太一^{1,2} 片岡 章雅^{1,2} (1.総合研究大学院大学 天文科学コース 2.国立天文台)

惑星形成の第一段階であるダストの合体成長は、ダスト数密度の時間進化を表す合体成長方程式によって記述される。この方程式に、衝突のミクロ物理などで重要であるダストの空隙率を組み込むことが大きな課題である。空隙率を組み込んだ方程式を数値計算する際の最大の難点は、質量1成分から質量-空隙率2成分へ次元が増えることによる膨大な計算量である(cf. 発表者の過去の発表・論文: Watanabe & Kataoka 2026)。この課題に対し、方程式を保存形式に書き換え有限要素法(FEM)を応用するアプローチが近年注目されている(e.g., Liu+2019, SIAM J. Sci. Comput.; Lombart & Laibe 2021, MNRAS)。保存形式への書き換えにより、流体計算に代表されるFEMの高精度かつ安定なスキームを応用することができ、グリッド数の大幅な削減を通して数値計算に大きく利する。一方で、これまでのFEMの合体成長への応用は保存量である質量1成分の場合のみ行われており、質量-空隙率2成分の場合への応用は未解明であった。特に、空隙率は非保存量であり、保存形式には自然に当てはめることができなかった。

本ポスターでは、上記アプローチの本質的難しさを明らかにするため、質量-空隙率の合体成長方程式に対する性質の良い保存形式は存在しないことを証明する。補題1として、衝突不変量(衝突前後で保存するダストの物理量)のみによって表されたダスト集合体は合体に関する結合則を満たすことを示す。ここで合体に関する結合則とは、ダスト集合体 x, y, z に対し、衝突合体の結果をプラス記号で表すとき、 $(x+y)+z=x+(y+z)$ を満たすことである。補題2として、現実的な衝突合体に伴う空隙率進化モデル(Suyama et al. 2012)は合体に関する結合則を満たさないことを示す。さらに補題3として、ダスト物理量 x に関してソース項なしの保存形式が存在するなら、 x は衝突不変量であることを示す。これらから、定理: 「現実的な空隙率モデルに対し、質量-空隙率に関する合体成長方程式のソース項なしの保存形式は存在しない」を示す。

本結果は、質量-空隙率2成分問題に対する単純な保存形式化の不可能性を示すという意味でネガティブな結果であるが、この証明の過程で必要となった条件や仮定、FEMの数学的背景から、安定かつ高精度な多成分合体成長計算への示唆も本ポスターで与える。